



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 6.03.2026

CLASA a VIII-a

Subiectul 1 (25 puncte)

- a) Arătați că: $(a - 1)^2(2a^2 - 2a + 1) = 2a^4 - 6a^3 + 7a^2 - 4a + 1$, $a \in \mathbb{Z}$
- b) Dacă $A = a^5 + 5a$, arătați că A se divide cu 6 pentru orice număr întreg a .
- c) Comparați A și B , unde $B = a^5 + 2a^4 - 6a^3 + 7a^2 + a + 1$, $a \in \mathbb{Z}$.

Subiectul 2 (25 puncte)

Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu muchia de lungime 8 cm și punctele M și N mijloacele laturilor $A'D'$, respectiv $C'D'$.

- a) Arătați că punctele M, N, C, A sunt coplanare.
- b) Determinați aria secțiunii determinate în cub de planul (MNA) .
- c) Determinați cosinusul unghiului format de planele (MNA) și (ABC) .

Subiectul 3 (20 puncte)

Triunghiul echilateral ABC de latură 12 cm are latura BC inclusă în planul α . Unghiul dintre AB și planul α este egal cu 30° , iar proiecția punctului A pe planul α este punctul D . Determinați:

- a) Distanța de la D la planul (ABC) .
- b) Sinusul unghiului plan corespunzător diedrului format de planele (ABC) și α .

Subiectul 4 (20 puncte)

Se consideră expresia:

$$E(x, y) = \left(\frac{x + y + 1}{(2x + y)(3x + 2y + 1)} + \frac{x + y + 3}{(3x + 2y + 1)(4x + 3y + 4)} + \frac{x + y + 5}{(4x + 3y + 4)(5x + 4y + 9)} \right) : \frac{x + y + 3}{5x + 4y + 9}$$

unde $x, y, z \in (0; +\infty)$

- a) Arătați că $\frac{1}{x+y} - \frac{1}{2x+y} = \frac{x}{(x+y)(2x+y)}$, pentru orice $x, y \in (0; +\infty)$.
- b) Arătați că $E(x, y) = \frac{3}{2x+y}$.

Subiectele au fost - propuse de prof. Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof. Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru - 2 ore.

Succes!

**„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann**